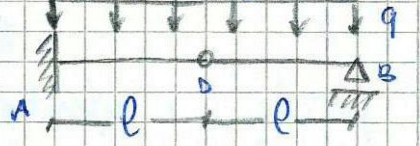
Metodi di soluzione del problema statico

Esistono tre metodi di soluzione del problema statico: esploso e sconnessione, applicabili a tutti i sistemi, e gerarchia strutturale, applicabile ai sistemi che derivano dalla disposizione in serie di casi base isostatici.

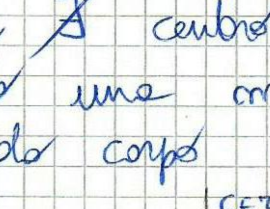
Consideriamo il seguente sistema:



$n_c = 2 \Rightarrow n = 6$

$m = m_A + m_B + m_D = 6$

Il sistema è isostatico se i vincoli sono ben disposti. Usando la cinematica grafica, notiamo che per il vincolo in A ∄ centro di rotazione. Possiamo considerare, avendo una mensola isostatica come primo corpo, il secondo corpo direttamente vincolato al muro:

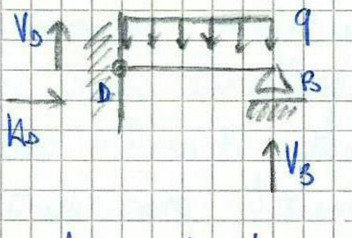


∄ centro di rotazione (trave appoggiata isostatica)

Risolviamo il sistema con i vari metodi elencati:

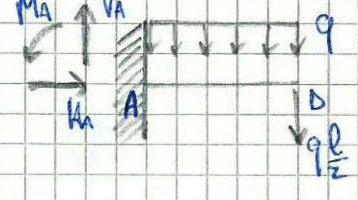
- gerarchia strutturale (sistema derivante dalla disposizione in serie di casi base isostatici): risolviamo la parte portata, poi cambiamo il segno ai suoi vincoli e li assegniamo alla parte portante:

a) parte portata:



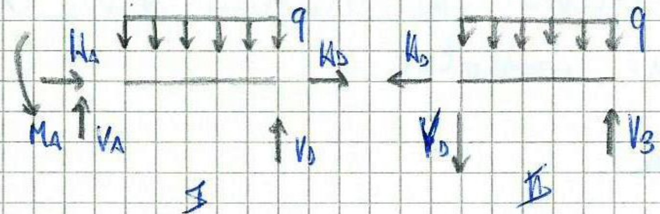
$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \uparrow \\ D\circlearrowleft \end{array} \begin{cases} H_D = 0 \\ V_B + V_D - ql = 0 \\ V_B l - q\frac{l^2}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H_D = 0 \\ V_B = q\frac{l}{2} \\ V_D = q\frac{l}{2} \end{cases}$$

b) parte portante: i suoi carichi esterni rimangono tali, mentre cambiamo segno alle reazioni vincolari della parte portata:



$$\begin{array}{l} \rightarrow \\ \uparrow \\ A\circlearrowleft \end{array} \begin{cases} H_A = 0 \\ V_A - q\frac{l}{2} - ql = 0 \\ M_A - q\frac{l^2}{2} - q\frac{l^2}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H_A = 0 \\ V_A = \frac{3}{2}ql \\ M_A = ql^2 \end{cases}$$

- esploso: si divide il sistema in corrispondenza dei suoi vincoli interni. Come nel caso precedente, si ottengono subito i valori delle reazioni vincolari dei vincoli interni:

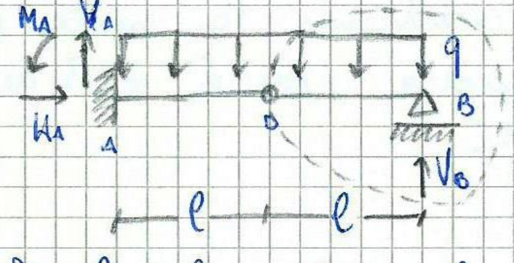


$$\text{I}\quad\begin{cases} \rightarrow\ H_A + H_D = 0 \\ \uparrow\ V_A + V_D - ql = 0 \\ A\circlearrowleft\ M_A - q\frac{l^2}{2} + V_D l = 0 \end{cases} \qquad \text{II}\quad\begin{cases} \rightarrow\ -H_D = 0 \\ \uparrow\ V_B - V_D - ql = 0 \\ B\circlearrowleft\ V_B l - q\frac{l^2}{2} = 0 \end{cases}$$

Il sistema è già risolvibile perché è riferito alla parte portata: per questo abbiamo potuto usare la gerarchia strutturale. Risolvendo si ottiene:

$$\begin{cases} H_D = 0 \\ V_B = q\frac{l}{2} \\ V_D = -q\frac{l}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} H_A = 0 \\ M_A = ql^2 \\ V_A = \frac{3}{2}ql \end{cases}$$

- sconnessione: senza esplodere il sistema si scrivono le equazioni di equilibrio e se ne aggiungono di ausiliarie per determinare tutte le incognite. Vediamo come aggiungere le ausiliarie, che sono fornite dai vincoli interni:



$$\begin{cases} \rightarrow\ H_A = 0 \\ \uparrow\ V_A + V_B - 2ql = 0 \\ A\circlearrowleft\ M_A - 2ql^2 + 2V_B l = 0 \\ D\circlearrowleft\ V_B l - q\frac{l^2}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_A = 0 \\ V_B = q\frac{l}{2} \\ M_A = ql^2 \\ V_A = \frac{3}{2}ql \end{cases}$$

Si fa polo nel vincolo D e si calcola l'equilibrio dei momenti. Avendo in D una cerniera il momento risultante deve essere nullo. La sconnessione non dà direttamente il valore delle reazioni vincolari interne, a differenza dei metodi precedenti.

Graficamente si ottengono:

GERARCHIA ED ESPLOSO:

SCONNESSIONE